affirme que : $|f(2) - f(U_{n-1})| = |2 - f(U_{n-1})| \leq \frac{1}{2}|2 - U_{n-1}|$

d'après 2)on a : $U_{n+1} \in [0 ; 2]$ donc : $2 - U_n \leq \frac{2 - U_{n-1}}{2}$

b)En écrivant les différentes inégalités (1) de 1 à n puis multipliant membre à membre on obtient : $2 - U_n \leq \frac{1}{2^n}(2 - U_0)$

$U_0 = 0$ d'où : $2 - U_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ .les théorèmes de l'encadrement de limite donnent :

$\lim\limits_{n \to +\infty}(2 - U_n) = 0$ donc : U est convergente et qu'elleconverge vers 0

Exercice 2

Question	1	2	3	4
Réponse	c	a	a	a

Exercice 3 :On considère l'équation (E)

$z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = 0$; où z désigne un nombre complexe.

1) a. Solution réelle de (E).

Soit x un réel tel que : $x^3 - (1+i)x^2 + (7+i)x - 4 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 7x - 4 = 0 \\ -x^2 + x = 0 \end{cases}$

Donc :x = 0 ou x = 1 le réel 1 qui convient donc $z_1 = 1$

b. Déterminons les deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z on ait :

$z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = (z - 1)[z^2 + az + b]$

$*(z - 1)[z^2 + az + b] = z^3 + (a - 1)z^2 + (b - a)z - b.$

par identification on a :

$\begin{cases} a - 1 = -4 - i \\ -b = -4 \\ b - a = 7 + i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 - i \\ b = 4 \end{cases}$ donc :

$z^3 - (4 + I)z^2 + (7 + i)z - 4 = (z - 1)[z^2 - (3 + i)z + 4]$

2) Résolution de (E).

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn